

ĐỒ BỤC GIÁO

Hướng dẫn giải bài tập

TOÁN RỜI RẠC



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

ĐỖ ĐỨC GIÁO

Hướng dẫn giải bài tập

TOÁN RỜI RẠC

(Tái bản lần thứ tư)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Hiện nay ở nước ta có một số tài liệu viết và dịch về Toán rời rạc dưới dạng lý thuyết, còn tài liệu về Bài tập toán rời rạc hầu như rất ít (nếu không muốn nói là chưa có).

Để nâng cao chất lượng giảng dạy và học tập môn Toán rời rạc, chúng tôi biên soạn cuốn "Hướng dẫn giải bài tập Toán rời rạc", trước mắt chỉ gồm: Ngôn ngữ, Đồ thị và Logic. Mỗi chương của cuốn sách được mở đầu bằng phần Tóm tắt lý thuyết, sau đó là Bài tập giải mẫu và Bài tập tự giải.

Cuốn "Hướng dẫn giải bài tập Toán rời rạc" giúp người học thông qua làm bài tập hiểu được lý thuyết thấu đáo hơn, rèn luyện tư duy khoa học, kỹ năng tính toán và khả năng vận dụng toán học vào giải quyết vấn đề, kích thích niềm say mê học tập và từ đó nâng cao kỹ năng thực hành, tư duy sáng tạo khi học các môn học cơ sở và chuyên ngành Công nghệ thông tin tiếp theo. Cuốn sách này cũng rất bổ ích cho việc ôn thi tuyển sinh sau đại học ngành Công nghệ thông tin được tổ chức hàng năm ở Đại học Quốc gia Hà Nội.

Tác giả chân thành cảm ơn Hội đồng Khoa học Tự nhiên (Bộ Khoa học và Công nghệ) đã tài trợ đề tài NCCB mã số 22 (2004 – 2005) của tác giả. Cuốn Hướng dẫn giải bài tập Toán rời rạc là một trong những sản phẩm của đề tài NCCB nói trên.

Tác giả chân thành cảm ơn Trường Đại học Công nghệ – ĐHQG Hà Nội (cơ quan chủ đề tài) và các bạn đồng nghiệp, đặc biệt là GS.TS. Đặng Huy Nhuận (Trường ĐHKHTN); PGS.TS. Hồ Sỹ Đàm, TS. Nguyễn Tuệ, TS. Nguyễn Việt Hà (Trường ĐHCN); PGS.TS. Vũ Đức Thi và TSKH. Phạm Trần Nhu (Viện CNTT Quốc gia) đã đọc bản thảo và động viên tác giả trong thời gian biên soạn cuốn sách này.

Do thời gian dành cho việc biên soạn không nhiều và lần đầu tiên sách được viết dưới dạng bài tập, nên khó tránh khỏi những sai sót về hình thức cũng như về nội dung. Vì vậy, tác giả mong nhận được sự góp ý của bạn đọc để cuốn sách ngày càng tốt hơn. Mọi sự góp ý xin gửi về: Công ty Cổ phần Sách Đại học và Dạy nghề: 25 Hàn Thuyên – Hà Nội.

TÁC GIẢ

MỤC LỤC

Trang

LỜI NÓI ĐẦU	3
-------------------	---

Phần 1. NGÔN NGỮ HÌNH THỨC, VĂN PHẠM VÀ ÔTÔMAT

Chương 1. VĂN PHẠM VÀ NGÔN NGỮ SINH CỦA VĂN PHẠM	7
A. Tóm tắt lý thuyết	7
B. Bài tập giải mẫu	10
C. Bài tập tự giải	18
Chương 2. NGÔN NGỮ CHÍNH QUY, BIỂU THỨC CHÍNH QUY VÀ VĂN PHẠM CHÍNH QUY SUY RỘNG	22
A. Tóm tắt lý thuyết	22
B. Bài tập giải mẫu	23
C. Bài tập tự giải	32
Chương 3. ÔTÔMAT HỮU HẠN TRẠNG THÁI ĐOÁN NHẬN NGÔN NGỮ CHÍNH QUY SUY RỘNG	35
A. Tóm tắt lý thuyết	35
B. Bài tập giải mẫu	39
C. Bài tập tự giải	61
Chương 4. ÔTÔMAT ĐẨY XUỐNG ĐOÁN NHẬN NGÔN NGỮ PHI NGỮ CẢNH VÀ THUẬT TOÁN PHÂN TÍCH CÚ PHÁP	68
A. Tóm tắt lý thuyết	68
§1. Văn phạm phi ngữ cảnh và cây dẫn xuất đầy đủ (cây cú pháp) của nó	68
§2. Văn phạm phi ngữ cảnh chuẩn	69
§3. Dạng biên dịch BNF (Backus – Naur Form)	70
§4. Ôtômat đẩy xuống và ngôn ngữ đoán nhận của nó	72
§5. Thuật toán phân tích cú pháp trên lớp ngôn ngữ phi ngữ cảnh	75
B. Bài tập giải mẫu	78
C. Bài tập tự giải	90

Phần 2. ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

<i>Chương 5.</i>	ĐỒ THỊ – CÁC DẠNG ĐỒ THỊ VÀ CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ	95
	A. Tóm tắt lý thuyết	95
	B. Bài tập giải mẫu	98
	C. Bài tập tự giải	113
<i>Chương 6.</i>	MỘT SỐ THUẬT NGỮ QUAN TRỌNG VÀ CÁC TÍNH CHẤT LIÊN QUAN CỦA NÓ TRONG ĐỒ THỊ	122
	A. Tóm tắt lý thuyết	122
	B. Bài tập giải mẫu	125
	C. Bài tập tự giải	142
<i>Chương 7.</i>	ĐƯỜNG (CHU TRÌNH) EULER VÀ HAMILTON – BÀI TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT	150
	A. Tóm tắt lý thuyết	150
	B. Bài tập giải mẫu	153
	C. Bài tập tự giải	173
<i>Chương 8.</i>	ĐỒ THỊ PHẪNG – SẮC SỐ CỦA ĐỒ THỊ VÀ BÀI TOÁN TÔ MÀU BẢN ĐỒ	177
	A. Tóm tắt lý thuyết	177
	§1. Đồ thị phẳng và các tính chất của nó	177
	§2. Sắc số của đồ thị và bài toán tô màu bản đồ	179
	B. Bài tập giải mẫu	180
	C. Bài tập tự giải	199
<i>Chương 9.</i>	CÂY VÀ ỨNG DỤNG CỦA CÂY	202
	A. Tóm tắt lý thuyết	202
	§1. Định nghĩa và các ví dụ về cây	202
	§2. Một số tính chất của cây	205
	§3. Các ứng dụng của cây	206
	§4. Các phương pháp duyệt cây	208
	B. Bài tập giải mẫu	210
	C. Bài tập tự giải	229
	§5. Cây và các bài toán sắp xếp	233
	A. Tóm tắt lý thuyết	233
	B. Bài tập giải mẫu	234
	C. Bài tập tự giải	241
	§6. Cây khung của đồ thị	242
	A. Tóm tắt lý thuyết	242
	B. Bài tập giải mẫu	244
	C. Bài tập tự giải	269

Phần 3. LÔGIC VÀ ỨNG DỤNG

<i>Chương 10.</i>	LÔGIC MỆNH ĐỀ	274
	A. Tóm tắt lý thuyết	274
	§1. Công thức và các luật trong logic mệnh đề	274
	§2. Dạng chuẩn tắc hội và dạng chuẩn tắc tuyển của công thức	277
	§3. Các phương pháp kiểm tra tính hằng đúng, hằng sai của công thức	278
	B. Bài tập giải mẫu	281
	C. Bài tập tự giải	317
<i>Chương 11.</i>	LÔGIC VỊ TỪ	324
	A. Tóm tắt lý thuyết	324
	§1. Công thức trong logic vị từ	324
	§2. Dạng chuẩn tắc, dạng chuẩn tắc hội và dạng chuẩn tắc tuyển của công thức	326
	§3. Các phương pháp kiểm tra tính hằng đúng và tính hằng sai của công thức trong logic vị từ cấp 1	327
	B. Bài tập giải mẫu	333
	C. Bài tập tự giải	365
<i>Phụ lục.</i>	MỘT SỐ ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC (ĐHQGHN) <i>Môn thi: CƠ BẢN – NGÀNH CÔNG NGHỆ THÔNG TIN</i>	373
	TÀI LIỆU THAM KHẢO CHÍNH	378

Chương 1

VĂN PHẠM VÀ NGÔN NGỮ SINH CỦA VĂN PHẠM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ngôn ngữ hình thức

- Giả sử Σ là một tập không rỗng và hữu hạn các phần tử. Σ gọi là bảng chữ cái của ngôn ngữ. Xâu ω trên bảng chữ cái Σ là một dãy các phần tử của Σ đứng liền nhau: $\omega = x_1 x_2 \dots x_n$, với $x_i \in \Sigma$. Ta quy ước xâu rỗng là xâu không có phần tử nào và ký hiệu là λ . Độ dài của xâu ω ký hiệu là $l(\omega)$ ($l(\omega) :=$ số ký tự có mặt trong xâu ω). $\Sigma^* :=$ tất cả các xâu (kể cả xâu rỗng) được tạo thành từ các phần tử của Σ . $\Sigma^+ := \Sigma^* \setminus \{\lambda\} =$ tất cả các xâu (không kể xâu rỗng) được tạo thành từ các phần tử của Σ .
- Mỗi tập $L \subseteq \Sigma^*$ gọi là một ngôn ngữ hình thức (còn gọi là ngôn ngữ) trên bảng chữ cái Σ . Bản thân ký hiệu tập rỗng \emptyset và tập gồm một xâu rỗng $\{\lambda\}$ cũng là ngôn ngữ trên bảng chữ cái Σ . Nếu $\Sigma = \{0, 1\}$ thì theo định nghĩa: $\Sigma^* = \{\lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, \dots\} =$ tập tất cả các xâu được tạo thành từ các phần tử 0, 1 đứng liền nhau có độ dài bằng 0, 1, 2, ...
- Từ các ngôn ngữ cho trước, ta nhận được các ngôn ngữ mới trên bảng chữ cái đó bằng cách áp dụng các phép toán hợp (\cup), nhân ghép (\cdot) và phép lặp ($*$). Chẳng hạn, từ ngôn ngữ $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ ta có các ngôn ngữ mới $L_1 \cup L_2, L_1 \cdot L_2, L^*, L^+ \subseteq \Sigma^*$, trong đó:

$$L_1 \cup L_2 = \{\omega \mid \omega \in L_1 \text{ hoặc } \omega \in L_2\};$$

$$L_1 \cdot L_2 = \{\omega_1 \omega_2 \mid \omega_1 \in L_1 \text{ và } \omega_2 \in L_2\};$$

$$L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \dots \cup L^n \cup \dots, \text{ ở đây } L^0 = \{\lambda\}, L^n = L^{n-1} \cdot L;$$

$$L^+ = L \cup L \cdot L \cup L \cdot L \cdot L \dots = L^* \setminus \{\lambda\}.$$

- Một vấn đề được đặt ra: Cho $L \subseteq \Sigma^*$ và $\omega \in \Sigma^*$, làm thế nào để biết được $\omega \in L$ hay $\omega \notin L$? Đây là vấn đề biểu diễn ngôn ngữ có liên quan tới văn phạm.

2. Văn phạm và ngôn ngữ sinh của văn phạm

Định nghĩa văn phạm

Văn phạm là bộ 4: $G = \langle \Sigma, \Delta, I, R \rangle$, ở đây:

- $\Sigma \neq \emptyset$, hữu hạn các phần tử (gọi là các phần tử kết thúc), Σ là từ điển cơ bản (hay còn gọi là từ điển kết thúc);
- $\Delta \neq \emptyset$, hữu hạn các phần tử (gọi là các phần tử không kết thúc), Δ là từ điển hỗ trợ (hay còn gọi là từ điển không kết thúc) ($\Sigma \cap \Delta = \emptyset$);
- $I \in \Delta$ gọi là ký hiệu ban đầu;
- $R = \{ \alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in V^* \Delta V^*, \beta \in V^* \}$ gọi là tập các quy tắc của văn phạm ($V = \Sigma \cup \Delta$ gọi là từ điển đầy đủ của văn phạm).

Định nghĩa ngôn ngữ sinh của văn phạm

Cho văn phạm $G = \langle \Sigma, \Delta, I, R \rangle$ và $\omega \in \Sigma^*$. Ta nói xâu ω có dẫn xuất đầy đủ trong G (ký hiệu $D(\omega)$) khi và chỉ khi $D(\omega) = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- $\omega_i \in V^*$ ($i = 0, 1, \dots, n$);
- $\omega_0 = I \in \Delta, \omega_n = \omega \in \Sigma^*$;
- $\omega_{i-1} \models \omega_i$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), có nghĩa là ω_i nhận được từ ω_{i-1} bằng cách áp dụng một quy tắc nào đó trong R .

Trong trường hợp này, ta nói xâu ω được văn phạm G sinh ra, hay xâu ω có dẫn xuất đầy đủ trong G và ký hiệu là $I \xrightarrow[G]{} \omega$ hay $I \models \omega$.

$L(G)$ là ký hiệu tập ngôn ngữ sinh của G và được định nghĩa:

$$L(G) := \{ \omega \mid \omega \in \Sigma^* \text{ và } I \models \omega \}.$$

3. Phân loại văn phạm của Chomsky

Trong phân loại văn phạm, Chomsky gọi văn phạm định nghĩa như trên là văn phạm cấu trúc câu (còn gọi là văn phạm ngữ cấu).

Văn phạm loại 0: Văn phạm cấu trúc câu (VPCTC) G là văn phạm mà R có dạng: $R = \{ \alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in V^* \Delta V^*, \beta \in V^* \}$.

Văn phạm loại 1: Văn phạm cảm ngữ cảnh (VPCNC) G là văn phạm mà R có dạng: $R = \{ \alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in V^+, \beta \in V^* \text{ và } l(\alpha) \leq l(\beta) \}$.

Văn phạm loại 2: Văn phạm phi ngữ cảnh (VPPNC) G là văn phạm mà R có dạng: $R = \{ A \rightarrow \theta \mid A \in \Delta, \theta \in V^* \}$.

Văn phạm loại 3: Văn phạm chính quy (VPCQ) G là văn phạm mà R có dạng: $R = \{ A \rightarrow aB, A \rightarrow a \mid A, B \in \Delta, a \in \Sigma \}$.

Chú ý 1: Nếu trong định nghĩa VPCQ $G = \langle \Sigma, \Delta, I, R \rangle$, với $R = \{A \rightarrow aB, A \rightarrow a \mid A, B \in \Delta, a \in \Sigma\}$ mà ta thêm vào R quy tắc $A \rightarrow \lambda$, tức là R có dạng $R = \{A \rightarrow aB, A \rightarrow a, A \rightarrow \lambda \mid A, B \in \Delta, a \in \Sigma, \lambda \text{ là xâu rỗng}\}$ thì văn phạm G được gọi là VPCQ suy rộng. Như vậy, VPCQ cũng là VPCQ suy rộng và ngôn ngữ của chúng chỉ sai khác nhau một xâu rỗng.

Chú ý 2:

- Văn phạm được phân loại có tên là gì thì ngôn ngữ sinh của nó cũng có tên như vậy.
- Ngôn ngữ văn phạm chính quy viết tắt là NNCQ; ngôn ngữ văn phạm phi ngữ cảnh viết tắt là NNPNC; ngôn ngữ văn phạm cảm ngữ cảnh viết tắt là NNCNC; ngôn ngữ văn phạm cấu trúc câu viết tắt là NNCTC. Ta có bao hàm thức sau:

$$\text{NNCQ} \subset \text{NNPNC} \subset \text{NNCNC} \subset \text{NNCTC}.$$

4. Một số thuật toán thường gặp trên lớp các văn phạm

a) Thuật toán tương đương

Hai văn phạm G và G' tương đương (ký hiệu $G \approx G'$) khi và chỉ khi $L(G) = L(G')$.

Bài toán: - input $G = \langle \Sigma, \Delta, I, R \rangle$;

- output $G' = \langle \Sigma, \Delta', I, R' \rangle \approx G$.

Bước 1: $\Delta' := \Delta \cup \bar{\Sigma}$, với $\bar{\Sigma} = \{\bar{a} \mid a \in \Sigma\}$.

Bước 2: $R' := \hat{R} \cup \bar{R}$, với \hat{R} = tập tất cả các quy tắc nhận được từ các quy tắc của R , bằng cách thay ký tự $a \in \Sigma$ bởi ký tự đối ngẫu $\bar{a} \in \bar{\Sigma}$ và $\bar{R} = \{\bar{a} \rightarrow a \mid a \in \Sigma\}$.

Với G' xây dựng như trên thì $G' \approx G$.

b) Thuật toán hợp các ngôn ngữ sinh của văn phạm

Bài toán: input $G_i = \langle \Sigma_i, \Delta_i, I_i, R_i \rangle$ ($i = 1, 2, \dots, n$);

output $G = \langle \Sigma, \Delta, I, R \rangle$ có $L(G) = \bigcup_{i=1}^n L(G_i)$.

Bước 1: $\Sigma = \bigcup_{i=1}^n \Sigma_i$.

Bước 2: $\Delta = \{I\} \cup \bigcup_{i=1}^n \Delta_i$.

Bước 3: $R = \{I \rightarrow I_1, \dots, I \rightarrow I_n\} \cup \bigcup_{i=1}^n R_i$.

Với G xây dựng như trên thì $L(G) = \bigcup_{i=1}^n L(G_i)$.