

BÙI MINH TRÍ

TOÁN  
KINH TẾ

*(Tái bản lần thứ hai)*

NHÀ XUẤT BẢN BÁCH KHOA – HÀ NỘI

Bản quyền thuộc về Nhà xuất bản Bách Khoa – Hà Nội.

Mọi hình thức xuất bản, sao chép mà không có sự cho phép bằng văn bản của nhà xuất bản là vi phạm pháp luật.

*Mã số: 138 – 2011/CXB/105 – 56/BKHN*

**Biên mục trên xuất bản phẩm của Thư viện Quốc gia Việt Nam**

Bùi Minh Trí

Toán kinh tế / Bùi Minh Trí. - Tái bản lần 2. - H. : Bách khoa Hà Nội, 2011. - 272tr. : hình vẽ, bảng ; 24cm

Thư mục: tr. 269-271

1. Toán kinh tế 2. Giáo trình

330.01 - dc14

BKE0007p-CIP

# MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU .....	9
-------------------	---

## PHẦN I. TỐI ƯU HÓA

LỜI NÓI ĐẦU .....	11
-------------------	----

<b>Chương I. BÀI TOÁN TỐI ƯU HÓA TỔNG QUÁT VÀ CÁC VẤN ĐỀ CƠ SỞ</b> .....	13
--	----

<b>§1. Bài toán tối ưu hóa tổng quát và phân loại các bài toán</b> .....	13
--	----

1.1. Bài toán tối ưu hóa tổng quát.....	13
---	----

1.2. Phân loại các bài toán.....	14
----------------------------------	----

<b>§2. Vấn đề mô hình hóa toán học</b> .....	15
--	----

2.1. Xây dựng mô hình toán học cho một vấn đề thực tế.....	15
--	----

2.2. Một số mô hình thực tế.....	17
----------------------------------	----

<b>§3. Một số khái niệm và kết quả từ đại số</b> .....	23
--	----

3.1. Ma trận .....	23
--------------------	----

3.2. Định thức.....	24
---------------------	----

3.3. Ma trận nghịch đảo, hạng của ma trận.....	26
--	----

3.4. Hệ phương trình đại số tuyến tính .....	27
--	----

3.5. Không gian Euclid.....	29
-----------------------------	----

<b>Chương II. QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH</b> .....	32
--	----

<b>Mở đầu</b> .....	32
---------------------	----

<b>§1. Bài toán quy hoạch tuyến tính</b> .....	32
--	----

1.1. Bài toán tổng quát.....	32
------------------------------	----

1.2. Dạng chuẩn và dạng chính tắc .....	33
---	----

1.3. Đưa QHTT về dạng chuẩn hoặc dạng chính tắc .....	34
1.4. Giải bài toán QHTT hai biến bằng phương pháp hình học ..	35
<b>§2. Một số tính chất chung .....</b>	<b>38</b>
<b>§3. Phương pháp đơn hình giải QHTT .....</b>	<b>42</b>
3.1. Đường lối chung và cơ sở của thuật toán.....	42
3.2. Cơ sở của thuật toán .....	42
3.3. Thuật toán đơn hình.....	47
3.4. Công thức đổi cơ sở. Bảng đơn hình.....	48
<b>§4. Vấn đề phương án cực biên và cơ sở xuất phát giai đoạn 1</b>	<b>52</b>
<b>§5. Quy hoạch đối ngẫu .....</b>	<b>67</b>
5.1. QHTT dưới dạng chuẩn. Cặp bài toán tuyến tính đối ngẫu đối xứng .....	68
5.2. QHTT dưới dạng chính tắc. Cặp bài toán tuyến tính đối ngẫu không đối xứng .....	73
5.3. Ý nghĩa cặp bài toán đối ngẫu .....	74
5.4. Tiêu chuẩn tối ưu và thuật toán đơn hình đối ngẫu.....	76
5.5. Ví dụ.....	80
<b>Bài tập chương II.....</b>	<b>86</b>
<b>Chương III. BÀI TOÁN VẬN TẢI.....</b>	<b>89</b>
<b>§1. Phát biểu bài toán – Sự tồn tại nghiệm tối ưu.....</b>	<b>89</b>
1.1. Phát biểu bài toán .....	89
1.2. Sự tồn tại nghiệm tối ưu.....	91
<b>§2. Tiêu chuẩn nhận biết phương án cực biên .....</b>	<b>92</b>
<b>§3. Các phương pháp tìm phương án xuất phát.....</b>	<b>95</b>
3.1. Phương pháp góc tây bắc .....	95
3.2. Phương pháp cước phí tối thiểu trong toàn bảng.....	96
3.3. Phương pháp cực tiểu cước phí theo hàng.....	97
3.4. Phương pháp cực tiểu cước phí theo cột.....	97

<b>§4. Tiêu chuẩn tối ưu – thuật toán</b> .....	<b>97</b>
4.1. Tiêu chuẩn tối ưu.....	97
4.2. Thuật toán.....	99
4.3. Các ví dụ.....	101
<b>§5. Trường hợp không cân bằng thu phát</b> .....	<b>108</b>
<b>Bài tập chương III</b> .....	<b>109</b>
I. Giải các bài toán vận tải.....	109
II. Giải BTVT có phương án thoái hoá.....	110
III. Giải BTVT không cân bằng thu phát.....	110
IV. Các câu hỏi phụ.....	111
<b>Chương IV. QUY HOẠCH ĐỘNG</b> .....	<b>112</b>
<b>Mở đầu</b> .....	<b>112</b>
<b>§1. Phương pháp phương trình truy toán và các nguyên tắc cơ bản của QHĐ</b> .....	<b>113</b>
1.1. Bài toán phân phối một chiều và phương trình truy toán ...	113
1.2 Các nguyên tắc cơ bản của quy hoạch động (QHĐ).....	115
<b>§2. Quá trình nhiều giai đoạn và phương trình hàm</b> .....	<b>116</b>
2.1. Quá trình nhiều giai đoạn.....	116
2.2. Xây dựng phương trình hàm.....	117
<b>§3. Sơ đồ tính và ví dụ áp dụng</b> .....	<b>118</b>
3.1. Sơ đồ tính.....	118
3.2. Các ví dụ.....	119
<b>§4. Bài toán thực tế: Xác định chế độ khoan giếng tối ưu</b> .....	<b>125</b>
4.1. Thiết lập bài toán.....	125
4.2. Phương pháp giải.....	126
4.3. Chương trình và kết quả.....	127
<b>Bài tập chương IV</b> .....	<b>128</b>

<b>Chương V. QUY HOẠCH PHI TUYẾN</b> .....	130
<b>Mở đầu</b> .....	130
<b>§1. Một số khái niệm cơ bản trong giải tích lồi</b> .....	130
1.1. Tập hợp lồi.....	131
1.2. Hàm lồi.....	133
<b>§2. Lý thuyết quy hoạch lồi</b> .....	141
2.1 Bài toán quy hoạch lồi tổng quát và điều kiện tối ưu.....	141
2.2. Phương pháp giải quy hoạch lồi.....	146
<b>§3. Một số phương pháp giải QHPT có ràng buộc</b> .....	160
3.1. Phương pháp gradient .....	160
3.2. Phương pháp Lagrange .....	162
3.3. Một số ví dụ:.....	164
<b>§4. Bài toán quy hoạch phi tuyến và nghiệm tối ưu của nó</b> ....	170
4.1. Phát biểu bài toán .....	170
4.2. Nghiệm tối ưu.....	172
4.3. Phân loại các phương pháp giải QHPT .....	173
4.4. Quy hoạch phi tuyến tổng quát và điều khiển tối ưu .....	174
<b>Bài tập chương VII</b> .....	178
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO</b> .....	181

## **PHẦN II. MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ**

<b>MỞ ĐẦU</b> .....	185
<b>Chương I. MÔ HÌNH KINH TẾ VÀ MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ</b> .....	187
<b>§1. Mô hình kinh tế</b> .....	187
1.1. Mô hình kinh tế lớn (macro).....	187
1.2. Mô hình kinh tế nhỏ (micro) .....	195

1.3. Mô hình kinh tế phát triển.....	196
<b>§2. Mô hình toán kinh tế.....</b>	<b>202</b>
2.1. Khái niệm.....	202
2.2. Các bước xây dựng mô hình toán học cho một vấn đề thực tế.....	203
<b>§3. Hàm sản xuất.....</b>	<b>204</b>
3.1. Mô hình chung và các khái niệm.....	204
3.2. Hàm đẳng cấp.....	204
3.3. Hàm sản xuất với độ co giãn thay thế hằng số (CES).....	205
3.4. Hàm sản xuất Cobb – Douglas: $f_{(C)}$ .....	207
3.5. Hàm Walras – Leontief ( $f_{(W)}$ ).....	209
<b>Câu hỏi ôn tập chương I.....</b>	<b>210</b>
<b>Chương II. PHƯƠNG PHÁP CÂN ĐỐI LIÊN NGÀNH.....</b>	<b>211</b>
<b>§1. Cân đối liên ngành tĩnh.....</b>	<b>211</b>
1.1. Bảng cân đối liên ngành dạng hiện vật.....	212
1.2. Bảng cân đối liên ngành dạng giá trị.....	219
<b>§2. Cân đối liên ngành động.....</b>	<b>225</b>
<b>§3. Bảng cân đối liên ngành của Việt nam.....</b>	<b>227</b>
<b>Câu hỏi ôn tập chương II.....</b>	<b>232</b>
<b>Chương III. PHƯƠNG PHÁP SƠ ĐỒ MẠNG LƯỚI (PERT).....</b>	<b>234</b>
<b>Mở đầu.....</b>	<b>234</b>
<b>§1. Các khái niệm cơ bản.....</b>	<b>235</b>
1.1. Một số khái niệm về đồ thị.....	235
1.2. Các khái niệm của sơ đồ mạng lưới.....	236
<b>§2. Các nguyên tắc thành lập một sơ đồ mạng lưới.....</b>	<b>236</b>
<b>§3. Khái niệm về đường găng và các đặc trưng liên quan.....</b>	<b>239</b>

3.1. Đường găng .....	239
3.2. Các đặc trưng liên quan đến đường găng .....	241
<b>Câu hỏi ôn tập chương III.....</b>	<b>244</b>
<b>Chương IV. MÔ HÌNH PHỤC VỤ ĐÁM ĐÔNG .....</b>	<b>246</b>
<b>§1. Các đặc trưng cơ bản của hệ thống phục vụ đám đông ....</b>	<b>247</b>
1.1. Sơ đồ chung của hệ thống phục vụ đám đông.....	247
1.2. Phân loại các dòng vào .....	248
1.3. Kênh phục vụ.....	249
1.4. Phân loại các hệ thống phục vụ. ....	250
1.5. Trạng thái của hệ thống .....	250
1.6. Các tiêu chuẩn chất lượng của hệ thống phục vụ đám đông.....	254
<b>§2. Hệ thống phục vụ đám đông có từ chối cổ điển (hệ thống Erlango) .....</b>	<b>255</b>
2.1. Mô tả hệ thống.....	255
2.2. Quá trình thay đổi trạng thái và sơ đồ trạng thái của hệ thống.....	255
2.3. Hệ phương trình trạng thái và các xác suất trạng thái.....	256
2.4. Các chỉ tiêu đánh giá hoạt động của hệ thống .....	257
<b>§3. Hệ thống chờ với độ dài hàng chờ và thời gian chờ     hạn chế.....</b>	<b>260</b>
3.1. Mô tả hệ thống.....	260
3.2. Quá trình thay đổi trạng thái và sơ đồ trạng thái của hệ thống .....	261
3.3. Hệ phương trình trạng thái và các xác suất trạng thái.....	262
<b>Câu hỏi ôn tập chương IV.....</b>	<b>268</b>
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>269</b>



# LỜI NÓI ĐẦU

Trong khoảng hơn 50 năm trở lại đây, toán học đã phát triển rất mạnh và đã được áp dụng một cách rộng rãi và sâu sắc vào kinh tế, vào khoa học kỹ thuật và vào hầu hết các hoạt động của con người. Từ đó làm nảy sinh cả một ngành toán học mới là Toán kinh tế.

Toán kinh tế là một công cụ quan trọng vì nó cung cấp phương pháp luận, các phương pháp mô hình hoá, các phương pháp tính toán tối ưu. Do đó, nó không những là công cụ để tư duy về định tính mà cả về định lượng, giúp giải quyết các vấn đề một cách có hiệu quả.

Việc lập kế hoạch phát triển kinh tế và việc nâng cao hiệu quả của sản xuất xã hội là các vấn đề quan trọng của bất kỳ một quốc gia nào. Để giải quyết tốt các vấn đề đó thì phải không ngừng hoàn thiện các phương pháp điều khiển, quản lý và đẩy nhanh tốc độ tiến bộ khoa học kỹ thuật, thực hiện các biện pháp khoa học cơ bản.

Trong quá trình đó, điều quan trọng đầu tiên là phải xây dựng được các mô hình toán học từ thực tiễn sản xuất và kinh doanh, dịch vụ rất phong phú và đa dạng, nêu lên thành các bài toán. Sau đó là tìm các phương pháp hữu hiệu để giải các bài toán đó.

Sử dụng các phương pháp tối ưu và các mô hình kinh tế khi xây dựng lời giải về kế hoạch hoá và điều khiển là hướng quan trọng của sự hoàn thiện các hệ thống điều khiển. Nhằm góp phần đẩy mạnh hoạt động về áp dụng các phương pháp tối ưu và các mô hình toán kinh tế vào thực tiễn, cung cấp tài liệu giảng dạy và nghiên cứu đối với các cán bộ và tài liệu học tập cho đông đảo sinh viên, chúng tôi biên soạn giáo trình này.

Giáo trình được chia thành hai phần là *Tối ưu hóa* và *Mô hình toán kinh tế*.

## ***Phần I: Tối ưu hóa***

Tối ưu hoá còn gọi là Quy hoạch toán học. Trong phần này nêu ra đối tượng nghiên cứu là bài toán tối ưu hóa tổng quát.

Tuỳ theo tính chất các thành phần của bài toán (miền ràng buộc, hàm mục tiêu, các hàm ràng buộc, các biến số, các tham số) mà người ta phân loại ra các lớp bài toán quy hoạch khác nhau: quy hoạch tuyến tính, quy hoạch phi tuyến, quy hoạch rời rạc (trường hợp riêng quan trọng là quy hoạch nguyên), quy hoạch động, quy hoạch tham số, quy hoạch đa mục tiêu. Do khuôn khổ của chương trình nên giáo trình này chỉ xét các mô hình toán học và các mô hình thực tiễn của quy hoạch tuyến tính, bài toán vận tải, quy hoạch động và một số loại quy hoạch phi tuyến. Các thuật toán được trình bày một cách cụ thể, dễ hiểu kèm theo các ví dụ minh họa.

## ***Phần II: Mô hình toán kinh tế***

Trong phần này trình bày các bước xây dựng mô hình kinh tế và các mô hình kinh tế lớn, kinh tế nhỏ và kinh tế phát triển. Sau đó xét các mô hình kinh tế có nhiều ứng dụng trong thực tiễn là: phương pháp cân đối liên ngành, phương pháp sơ đồ mạng lưới (PERT), mô hình phục vụ đám đông bao gồm các nội dung từ xây dựng mô hình đến các phương pháp giải quyết và các ví dụ thực tiễn minh họa.

Chúng tôi cố gắng trình bày các vấn đề một cách sáng sủa, ngắn gọn và dễ hiểu, có chú ý tới ý nghĩa kinh tế và xây dựng các mô hình toán học cho các vấn đề thực tế; các ví dụ minh họa được nêu rất đầy đủ. Cuối mỗi chương có câu hỏi và bài tập.

Tác giả xin chân thành cảm ơn độc giả góp ý kiến cho cuốn sách.

*Hà Nội, ngày 15 tháng 10 năm 2006*

**Bùi Minh Trí**