

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN



Ths. Lại Văn Trung
Ths. Quách Thị Mai Liên
Ths. Khoa Thu Hoài

BÀI GIẢNG

XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Tài liệu lưu hành nội bộ

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN

Ths. Lại Văn Trung
Ths. Quách Thị Mai Liên
Ths. Khoa Thu Hoài

BÀI GIẢNG
XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Thái Nguyên, tháng 11 năm 2022

Mục lục

Mục lục.....	1
Một số ký hiệu.....	4
Mở đầu	5
Chương I: NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ XÁC SUẤT	6
Bài 1: Giải tích tổ hợp (Số tiết: 01 tiết).....	6
1.1 Quy tắc cộng và quy tắc nhân.....	6
1.2 Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.....	7
Bài 2: Biến cố và mối quan hệ của biến cố (Số tiết: 01 tiết).....	11
2.1 Phép thử và biến cố	11
2.2 Các loại biến cố.....	11
2.3 Mối quan hệ giữa các biến cố	11
Bài 3: Các định nghĩa xác suất (Số tiết: 01 tiết)	15
3.1 Định nghĩa xác suất theo quan điểm cổ điển.....	15
3.2 Định nghĩa xác suất theo quan điểm thống kê (tần suất)	17
3.3 Các tính chất của xác suất.....	19
Bài 4: Các công thức tính xác suất (Số tiết: 03 tiết)	20
4.1 Xác suất có điều kiện, công thức nhân và công thức cộng xác suất.....	20
4.2 Công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes	25
4.3 Công thức Bernoulli.....	28
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 1.....	32
Chương II: ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN VÀ QUY LUẬT PHÂN PHỐI XÁC SUẤT	40
Bài 1: Định nghĩa và phân loại đại lượng ngẫu nhiên (Số tiết: 01 tiết)	40
2.1 Định nghĩa và phân loại.....	40
Bài 2: Phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên (Số tiết: 02 tiết).....	41
2.2 Quy luật phân phối xác suất.....	41
Bài 3: Các tham số đặc trưng của đại lượng ngẫu nhiên (Số tiết: 2 tiết)	49
3.1 Kỳ vọng	49
3.2 Phương sai và độ lệch chuẩn	52
3.3 Mốt và trung vị.....	54
Bài 4: Một số quy luật phân phối xác suất thường gặp	57
4.1 Quy luật phân phối không – một ($A(p)$).....	56

4.2 Quy luật phân phối nhị thức ($B(n,p)$)	57
4.3 Quy luật phân phối Poisson ($P(\lambda)$)	58
4.4 Quy luật phân phối đều	60
4.5 Quy luật phân phối chuẩn	61
4.6 Quy luật phân phối Student	64
Bài 5: Đại lượng ngẫu nhiên hai chiều	66
5.1 Định nghĩa, phân loại và bảng phân bố xác suất	66
5.2 Hàm phân phối xác suất và hàm mật độ xác suất của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều	68
5.3 Các tham số đặc trưng của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều	69
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 2	73
Chương III: LÝ THUYẾT MẪU VÀ ƯỚC LƯỢNG	82
Bài 1: Tổng quan về lý thuyết mẫu (Số tiết: 3 tiết)	82
3.1 Tổng thể và mẫu	82
3.2 Các đặc trưng của mẫu ngẫu nhiên	86
3.3 Thống kê và phân phối xác suất của các thống kê	87
3.4 Mô tả và sắp xếp mẫu số liệu	89
Bài 2: Các trường hợp ước lượng khoảng (Số tiết: 03)	95
3.5 Lý thuyết ước lượng	95
3.5.1 Bài toán ước lượng	95
3.5.2 Các loại ước lượng điểm và tiêu chuẩn lựa chọn hàm ước lượng	95
3.6 Mô tả phương pháp	99
3.7 Ước lượng khoảng cho giá trị trung bình (kỳ vọng)	100
Bài 3: Các trường hợp ước lượng khoảng (Số tiết: 03)	104
3.8 Ước lượng khoảng cho tỷ lệ (xác suất)	107
BÀI TẬP CHƯƠNG 3	111
Chương IV : KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT THỐNG KÊ	119
Bài 1: Bài toán kiểm định giả thiết (Số tiết : 1 tiết)	119
4.1 Bài toán kiểm định giả thiết thống kê	119
4.1.2 Mức ý nghĩa, miền bác bỏ	120
4.1.3 Sai lầm loại 1 và sai lầm loại 2	120
Bài 2: Kiểm định giả thiết về giá trị trung bình (Trường hợp 1 mẫu) (Số tiết:2)	121

4.2 Kiểm định giả thiết về giá trị trung bình	121
Bài 3: Kiểm định giả thiết về giá trị trung bình (Trường hợp 2 mẫu) (Số tiết:2)	128
4.2 Kiểm định giả thiết về giá trị trung bình	128
Bài 4: Kiểm định giả thiết về xác suất (hoặc tỷ lệ) (Số tiết: 1)	133
4.3 Kiểm định giả thiết về xác suất (hoặc tỷ lệ)	133
BÀI TẬP CHƯƠNG IV	138
Chương V: PHÂN TÍCH TƯƠNG QUAN VÀ HỒI QUY	149
Bài 1: Hiệp phương sai của các biến ngẫu nhiên (Số tiết: 1)	149
5.1 Phân tích tương quan.....	149
5.1.1 Hiệp phương sai của các biến ngẫu nhiên	149
Bài 2: Hệ số tương quan (Số tiết: 1 tiết)	152
5.1 Phân tích tương quan.....	152
5.1.2 Hệ số tương quan.....	152
5.1.3 Hệ số tương quan mẫu.....	154
Bài 3: Phân tích hồi quy (Số tiết: 1)	158
5.2 Phân tích hồi quy.....	158
5.2.1 Mô hình hồi quy tuyến tính đơn giản của tổng thể	158
5.2.2 Phương trình hồi quy của mẫu theo phương pháp bình phương tối thiểu...	159
BÀI TẬP CHƯƠNG V	162
PHỤ LỤC	165
TÀI LIỆU THAM KHẢO	177

Một số ký hiệu

1. Ω : Không gian mẫu.
2. w : Biến cố sơ cấp.
3. $P(A)$: Xác suất của biến cố A .
4. $E(X)$: Kỳ vọng của đại lượng ngẫu nhiên X .
5. $D(X)$: Phương sai của đại lượng ngẫu nhiên X .
6. $\sigma(X)$: Độ lệch chuẩn của đại lượng ngẫu nhiên X .
7. $X \sim A(p)$: X có quy luật phân phối không – một.
8. $X \sim B(n, p)$: X có quy luật phân phối nhị thức .
9. $X \sim A(\lambda)$: X có quy luật phân phối Poisson.
10. $X \sim U[a; b]$: X có quy luật phân phối đều.
11. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$: X có quy luật phân phối chuẩn.
12. $X \sim N(0, 1)$: X có quy luật phân phối chuẩn tắc.
13. $X \sim T(n)$: X có quy luật phân phối Student.
14. u_α : Giá trị tới hạn chuẩn mức α .
15. t_α^n : Giá trị tới hạn Student mức α với n bậc tự do.
16. $Cov(X, Y)$: Hiệp phương sai của X, Y .
17. $\rho(X, Y)$: Hệ số tương quan của X, Y .
18. S^2 : Phương sai mẫu.
19. S'^2 : Phương sai mẫu hiệu chỉnh.
20. S : Độ lệch chuẩn của mẫu.
21. S' : Độ lệch tiêu chuẩn hiệu chỉnh của mẫu.
22. H, \bar{H} : Cặp giả thuyết thống kê.
23. R_{XY} : Hệ số tương quan mẫu.

Mở đầu

Bài giảng Xác suất thống kê được tập thể giảng viên thuộc bộ môn Khoa tự nhiên biên soạn nhằm phục vụ cho việc giảng dạy của giảng viên và học tập của sinh viên Trường Đại học Công nghệ thông tin và Truyền thông - Đại học Thái Nguyên. Tập bài giảng này được biên soạn theo nội dung đề cương chi tiết học phần xác suất thống kê ở trình độ đại học.

Nội dung tài liệu cung cấp cho sinh viên các kiến thức cơ bản về giải tích tổ hợp, xác suất và các công thức tính xác suất; đại lượng ngẫu nhiên một chiều, nhiều chiều và các quy luật phân bố xác suất; Thống kê mô tả, thống kê suy diễn; Tương quan và hồi quy. Sau khi hoàn thành học phần này, sinh viên có thể ứng dụng được các công thức tính xác suất, các quy luật phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên để giải quyết các vấn đề thực tế và chuyên ngành liên quan; sinh viên có thể mô tả, ước lượng và kiểm định dữ liệu trong thực tế; đánh giá được mối tương quan giữa các đại lượng ngẫu nhiên và xây dựng mô hình hồi quy tuyến tính giữa chúng. Nội dung tài liệu gồm 5 chương:

Chương 1. Khái niệm cơ bản về xác suất.

Chương 2. Đại lượng ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất.

Chương 3. Lý thuyết mẫu và ước lượng.

Chương 4. Kiểm định giả thuyết thống kê.

Chương 5. Phân tích tương quan hồi quy.

Mặc dù tập thể tác giả đã dành nhiều thời gian và công sức để biên soạn, xong khó tránh khỏi thiếu sót. Vậy, chúng tôi kính mong quý thầy cô và các bạn sinh viên đóng góp ý kiến để cuốn bài giảng được hoàn thiện hơn. Xin trân trọng cảm ơn!

Nhóm tác giả:

Chương I: NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ XÁC SUẤT

Nội dung chính của chương: Chương này cung cấp những kiến thức cơ bản nhất về đại số tổ hợp, biến cố, các mối quan hệ của biến cố, các định nghĩa về xác suất. Ngoài ra, chương này cũng xây dựng các công thức tính xác suất: Công thức nhân, công thức cộng, công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes và công thức Bernoulli.

Mục tiêu cần đạt được của chương: Trong chương này sinh viên cần nắm được các kiến thức cơ bản về đại số tổ hợp và các lý thuyết xác suất. Đồng thời, sinh viên vận dụng được các kiến thức về xác suất để giải quyết các bài tập cuối chương, các vấn đề trong thực tế đặt ra và học tập các chương sau của môn học.

Bài 1: Giải tích tổ hợp (Số tiết: 01 tiết)

1.1 Quy tắc cộng và quy tắc nhân

1.1.1 Quy tắc cộng

Để hoàn thành một việc, ta được chọn một trong nhiều phương án. Phương án thứ nhất có m_1 cách chọn; phương án thứ hai có m_2 cách chọn, ..., phương án thứ k có m_k cách chọn. Khi đó số cách hoàn thành công việc đó là

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_k.$$

Ví dụ 1.1. Trường Đại học Công nghệ Thông tin và Truyền thông có 5 Khoa chuyên ngành. Trong đó Khoa CNTT có 7 ngành đào tạo, Khoa HTTTKT có 4 ngành đào tạo, Khoa CNTT & TT có 4 ngành đào tạo, Khoa CNTT có 3 ngành đào tạo và Khoa TTĐPT có 4 ngành đào tạo. Một người học muốn lựa chọn một ngành để theo học tại trường, hỏi người đó có bao nhiêu sự lựa chọn, biết rằng các ngành có khả năng được lựa chọn như nhau?

Lời giải:

Để người học lựa chọn một ngành để theo học tại trường Đại học Công nghệ Thông tin và Truyền thông thì người đó có thể lựa chọn 1 trong 5 phương án, hoặc là chọn ngành thuộc Khoa CNTT, hoặc Khoa HTTTKT, hoặc Khoa CNTT & TT, hoặc Khoa CNTT hoặc Khoa TTĐPT. Do đó, áp dụng quy tắc cộng ta có: $7 + 4 + 4 + 3 + 4 = 22$ cách lựa chọn.

1.1.2 Quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó được chia thành k giai đoạn nối tiếp. Có n_1 cách thực hiện giai đoạn thứ nhất, n_2 cách thực hiện giai đoạn thứ hai, ..., n_k cách thực hiện giai đoạn thứ k . Khi đó số cách hoàn thành công việc đó là

$$n = n_1.n_2...n_k$$

Ví dụ 1.2. Để truyền tín hiệu từ trạm A đến trạm B có 10 đường truyền khác nhau, từ trạm B đến trạm C có 20 đường truyền khác nhau. Hỏi có bao nhiêu đường truyền từ trạm A đến trạm C biết rằng tín hiệu đó phải đi qua trạm B?

Lời giải:

Để tín hiệu được truyền từ trạm A đến trạm C và phải đi qua trạm B thì phải thực hiện 2 giai đoạn liên tiếp: Từ A đến B và từ B đến C. Vậy áp dụng quy tắc nhân ta có $10.20 = 200$ đường truyền.

1.2 Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp

1.2.1 Hoán vị

Định nghĩa 1.1: Cho tập A gồm n phần tử, mỗi một cách xếp n phần tử của tập A vào n vị trí khác nhau được gọi là một hoán vị của n phần tử.

Số hoán vị của n phần tử được ký hiệu là P_n .

Công thức tính: $P_n = n! = A_n^n$.

Ví dụ 1.3. Có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 5 học sinh vào 1 bàn có 5 chỗ ngồi?

Lời giải:

Mỗi cách xếp chỗ cho 5 học sinh ngồi vào bàn có 5 chỗ ngồi là 1 hoán vị của 5 học sinh đó. Vậy số cách xếp chỗ sẽ là: $P_5 = 5! = 1.2.3.4.5 = 120$.

Ví dụ 1.4. Một nhóm học sinh có 6 em trong đó có A và B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 em trên vào một hàng ghế gồm 6 chiếc xếp theo hàng ngang sao cho A và B ngồi cạnh nhau?

Lời giải:

- Chọn 2 vị trí liên tiếp trong 6 vị trí có 5 cách (12, 23, 34, 45, 56).
- Xếp 2 em A và B vào 2 vị trí liên tiếp vừa chọn có 2 cách.
- Xếp 4 em còn lại vào 4 vị trí còn lại có $4! = 24$ cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $5.2.24 = 240$ cách.

1.2.2 Chỉnh hợp

Định nghĩa 1.2: Cho tập A gồm n phần tử, mỗi cách chọn k phần tử ($k \leq n$) từ n phần tử của tập A và xếp vào k vị trí khác nhau được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử.

Như vậy có nhiều chỉnh hợp chập k của n phần tử. Hai chỉnh hợp khác nhau nếu chúng khác nhau ít nhất một phần tử hoặc thứ tự sắp xếp các phần tử khác nhau. Ta có thể thấy hoán vị là một trường hợp đặc biệt của chỉnh hợp với $k = n$.

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử ký hiệu là A_n^k .

Công thức tính:
$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)\dots(n-k+1).$$

Quy ước: $0! = 1$.

Ví dụ 1.5. Một hội đồng bảo vệ luận văn có 7 người. Hỏi có mấy cách chọn một chủ tịch và một thư ký?

Lời giải:

Mỗi cách chọn một chủ tịch và một thư ký từ 7 người là một chỉnh hợp chập 2 của 7 phần tử. Do đó số cách chọn là $A_7^2 = 7 \cdot 6 = 42$.

Ví dụ 1.6. Với các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ có thể lập được bao nhiêu mật khẩu của một máy tính, biết mỗi mật khẩu máy tính là một số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau?

Lời giải:

Gọi mật khẩu cần lập là: $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$, $a_1 \neq 0, a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, i = 2, 3, 4, 5, 6$.

Chọn $a_1 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ có 9 cách.

Chọn 3 chữ số từ $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \setminus \{a_1\}$ và xếp vào 3 vị trí còn lại có A_9^3 .

Vậy số cách chọn là $9 \cdot A_9^3 = 136080$.

1.2.3 Chỉnh hợp lặp

Định nghĩa 1.3: Chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là một nhóm có thứ tự gồm k phần tử chọn từ n phần tử đã cho, trong đó mỗi phần tử có thể có mặt $1, 2, \dots, k$ lần trong nhóm (ở đây có thể $k > n$).

Số chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử được ký hiệu là $\overline{A_n^k}$.

Công thức tính:
$$\overline{A_n^k} = n^k.$$